

国際環境工学部 機械システム工学科
物理・数学

【注 意】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 時間は9時30分から11時30分までの120分、配点は物理、数学それぞれ200点です。
3. この問題冊子は、表紙以外に10ページあり、解答用紙は5枚あります。
4. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
5. 7ページから10ページまでの第4問は選択問題です。選択A、Bの中から1問を選択して解答してください。
6. 解答用紙には、解答箇所以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って正しく記入してください。正しく記入されていない場合には採点できないことがありますので、十分注意してください。
 - ① 受験番号記入欄(各解答用紙2箇所)
 - ② 氏名記入欄(各解答用紙1箇所)
 - ③ 選択問題識別欄(第4問選択Aおよび選択Bの各解答用紙1箇所)
選択した問題はこの欄に○を、選択していない問題はこの欄に×を記入してください。この記入がない場合やすべての欄に○が記入されている場合には、採点において著しく不利になります。
7. 解答はすべて指定した解答用紙に記入してください。
8. 解答用紙を持ち出してはいけません。持ち出した場合、試験をすべて無効とします。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

第1問 (物理, 配点 100 点)

水平面と角度 θ をなす斜面上に質量 m [kg] の物体が静止している。斜面と物体の間の静止摩擦係数は μ , 動摩擦係数は μ' であり, 重力加速度の大きさは g [m/s²] とする。また, 物体が静止している点を原点として斜面に沿って下向きに x 軸を設定する。この物体の運動について記述した以下の文章 (1) および文章 (2) の空欄に入れるのに適する数式または数値を解答箇所に記入せよ。解答用紙には答えのみを記入し, 答えの導出過程は記入しないこと。ただし, 文章 (2-2) の問いに対する解答は, 解答箇所 に導出過程を含めて記述せよ。

- (1) 静止した物体に対して, 図 1.1 に示すように斜面に沿って下向きの力 F を与える。力 F は, はじめ 0 で徐々に大きくしていき, 物体が滑り始めた瞬間に大きくするのをやめて一定の値とした。はじめの $F=0$ の状態のとき, 物体にかかる摩擦力の大きさは [N] である。このあと, 力 F を徐々に大きくしていき, $F =$ [N] よりも大きくなった瞬間に物体は斜面を滑り始めた。このときの力の大きさを F_0 [N] とおく ($F_0 =$)。以降の運動では物体に常に斜面に沿って下向きの力 F_0 がかかる。斜面上を滑る物体の加速度の大きさを F_0 を用いて表すと [m/s²] となる。滑り始めた瞬間から T [s] の間に摩擦力がした仕事の大きさ W_f , および重力がした仕事の大きさ W_g をそれぞれ T を用いて表すと, $W_f =$ [J], $W_g =$ [J] である。

以降の解答では文章 (1) に示した F_0 および以下で定義する T_1 を用いてよい。

- (2) 静止した物体に対して, 斜面に沿った力 F を与える。

- (2-1) 時刻 $t=0 \sim T_1$ の間, 力 F を図 1.2 に示すように直線的に変化させた。なお, $F > 0$ は斜面に沿って下向きの力とし, 図 1.2 に示す F_0 は文章 (1) で示した F_0 と同一である。このとき, 時刻 $t=0 \sim T_1$ [s] の間に, 力 F が物体に与えた力積の大きさは [N·s] である。

(2-2) 時刻 $t = T_1$ [s] における物体の速さ V_1 [m/s] を求めよ。解答は、解答箇所 に導出過程を含めて記述すること。

(2-3) 時刻 $t = T_1$ [s] の直後から、図 1.3 に示すように物体に対して斜面に沿って上向きの力 F_0 (文章 (1) で示した F_0 と同じ大きさで上向きの力) をかけ続けたところ、物体はやがて斜面上に静止した。このとき、物体が静止した時刻 T_2 ($T_2 > T_1$) は、 $T_2 =$ [s] である。また、時刻 T_1 および T_2 における物体の x 座標をそれぞれ X_1 および X_2 とし、時刻が T_1 の直後における物体の x 座標は X_1 と等しいと見なすものとする、時刻が T_1 [s] の直後から T_2 [s] の間に物体が進んだ距離 (斜面に沿った距離) $X_2 - X_1$ を V_1 を用いて表すと、 $X_2 - X_1 =$ [m] である。

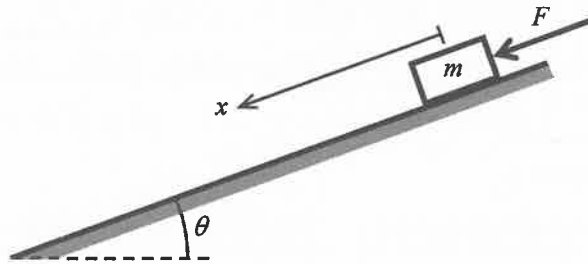


図 1.1

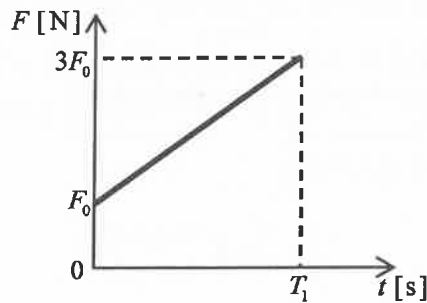


図 1.2

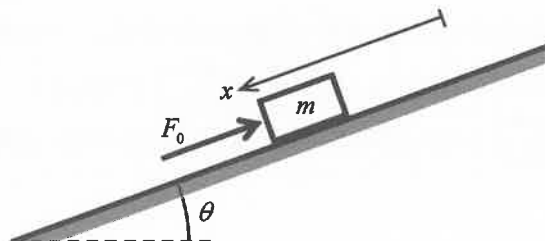


図 1.3

第2問 (物理, 配点 100 点)

以下の文章において ～ に入れるのに適する数式または数値を解答箇所に記入せよ。解答用紙には答えのみを記入し、答えの導出過程は記入しないこと。また、 は語句を記入すること。

図 2.1 に示したような凹面鏡がある。点 Q は鏡面の中心、点 O は凹面鏡の球面の中心であり、O と Q を通る直線を光軸とよぶ。凹面鏡の光軸上の点 A から出た光が凹面鏡の点 P で反射し、点 B を通るとする。ここで、AQ の長さは a 、OQ の長さは r 、BQ の長さは b である。また、 $\angle PAQ = \alpha$ [rad]、 $\angle POQ = \beta$ [rad]、 $\angle PBQ = \gamma$ [rad] とする。

$\angle APO = \theta$ [rad] とすると、反射の法則より、 $\angle OPB =$ [rad] であり、 $\triangle APO$ に注目すると、 $\alpha + \theta =$ [rad] である。同様に、 $\triangle BPO$ に注目すると、 $\beta + \theta =$ [rad] である。よって、 $\alpha + \gamma$ は β を用いて表すと、 $\alpha + \gamma =$ [rad] となる。

また、光軸付近の光のみを考えると、これらの角度 α 、 β 、 γ はすべて小さい。そのため、点 P から光軸に下ろした垂線と光軸との交点を点 H とすれば、PH の長さ h と円弧 PQ の長さは等しいと考えることができる。このとき、 $\tan \alpha \doteq \alpha$ 、 $\sin \alpha \doteq \alpha$ 、 $\tan \beta \doteq \beta$ 、 $\sin \beta \doteq \beta$ 、 $\tan \gamma \doteq \gamma$ 、 $\sin \gamma \doteq \gamma$ と近似でき、角度 α 、 β 、 γ は h 、 a 、 b 、 r を用いると、 $\alpha =$ 、 $\beta =$ 、 $\gamma =$ と表すことができる。これらを $\alpha + \gamma =$ に代入すると、

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \text{$$

という結果が得られる。この式において、 $a \rightarrow \infty$ と考えると、 $b \rightarrow$ となるので無限遠の光源からの平行光線は凹面鏡で反射された後ある一点に集まる。この点を凹面鏡の という。逆に、 $a \rightarrow$ と考えると、 $b \rightarrow \infty$ となるので凹面鏡の を通る光線は、凹面鏡で反射された後、光軸に平行に進む。

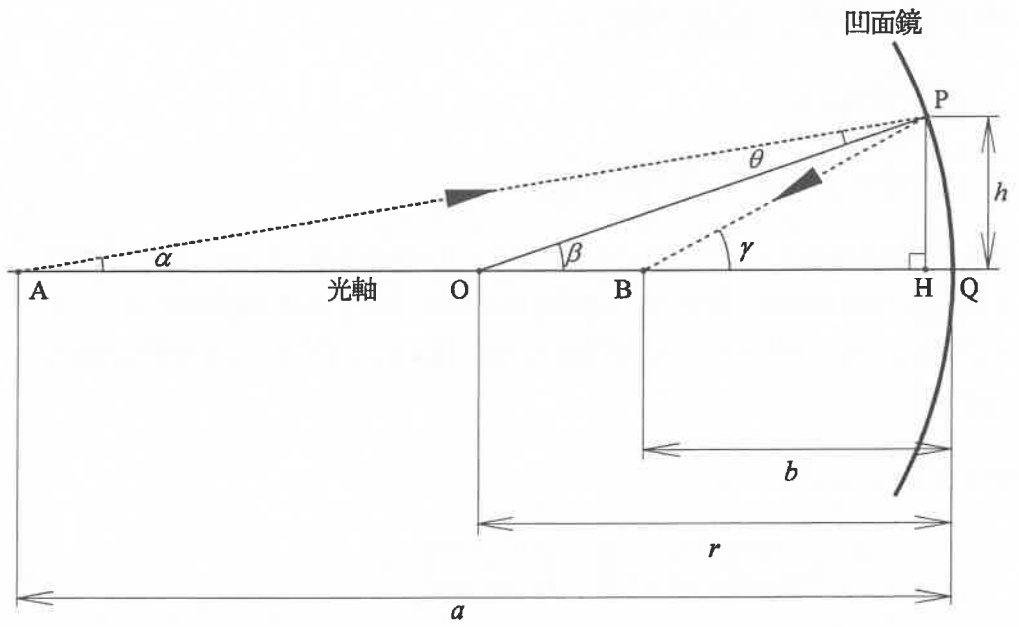


图 2.1

第3問 (数学, 配点100点)

t を媒介変数として

$$x = \sin t, \quad y = \sin 2t \quad \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

で表される曲線 C について, 以下の問いに答えよ。問1と問2については, 空欄に入れるのに適する数値, 記号または数式を解答箇所に記せ。証明や説明は必要としない。問3については, グラフを解答箇所にかけ。問4については, 答えを導く過程も記すこと。

問1 $0 < t < \frac{\pi}{2}$ において

$$\frac{dx}{dt} = \boxed{\text{ア}}, \quad \frac{dy}{dt} = \boxed{\text{イ}}$$

である。また, t を用いて

$$\frac{dy}{dx} = \boxed{\text{ウ}}$$

である。

問2 曲線 C を表す関数の増減表を完成せよ。

x	エ	...	オ	...	カ
$\frac{dy}{dx}$	キ		0	ク	
y			ケ		

問3 曲線 C を表す関数のグラフをかけ。

問4 曲線 C と x 軸で囲まれた部分を, x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積を求めよ。

(計算用余白)

第4問（選択問題） 選択 A, B の中から 1 問を選んで解答しなさい。
どの問題を選択したかは、表紙の注意書きに従って解答用紙に明記すること。
配点は各選択問題に対して 100 点とする。

第4問 選択A（数学，配点100点）

以下の問いの空欄に入れるのに適する数値を解答箇所に記せ。証明や説明は必要としない。

問1 2次関数 $y = ax^2 + bx - a^2 + 5a + 10$ が $x = 3$ で最大値 5 をとるとき、
 $a =$, $b =$ である。また、そのときの2次関数のグラフが x 軸と交わる2点とグラフの頂点で作られる三角形の面積は である。

問2 三角形 ABC の辺 AB, AC 上にそれぞれ点 D, E があり、 $\frac{AD}{AE} = \frac{2}{3}$ とする。
(1) $\frac{AD}{BD} = \frac{2}{3}$, $\frac{AE}{CE} = 3$ のとき、四角形 BCED の面積は三角形 ADE の面積の 倍である。
(2) 直線 DE と直線 BC の交点を F とする。 $\frac{BD}{CE} = 3$ のとき、 $\frac{BF}{CF} =$ である。

問3 数直線上を動く点 P が座標 -5 の位置にある。それから 1 個のサイコロを投げて出た目の数だけ P を進める試行を繰り返す。ただし、P の座標が負の数であるときは正の向きに進め、正の数であるときは負の向きに進めるものとし、P の座標が 0 または $+5$ になった時点でサイコロを投げるのを停止する。
(1) 2 回目に P の座標が $+5$ になる確率は である。
(2) 2 回目に P の座標が 0 になるとき、1 回目と 2 回目のサイコロの目の組み合わせは 通りである。
(3) サイコロを 3 回以上投げることができる確率は である。

(計算用余白)

第4問 選択B (数学, 配点100点)

点 O を原点とする座標空間に, 4つの点 $A(-1, 1, 1)$, $B(0, 2, 2)$, $C(0, -1, 2)$, $D(1, 1, 1)$ がある。以下の問いに答えよ。問1については, 空欄に入れるのに適する数値, ベクトルまたは数式を解答箇所に記せ。証明や説明は必要としない。問2と問3については, 答えを導く過程も記すこと。

問1 \vec{AB} と \vec{AC} は, 成分を用いて

$$\vec{AB} = \boxed{\quad \text{ハ} \quad}, \quad \vec{AC} = \boxed{\quad \text{ヒ} \quad}$$

と表されるから

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \boxed{\quad \text{フ} \quad}$$

となる。このとき, $\triangle ABC$ の面積 S は

$$S = \boxed{\quad \text{ヘ} \quad}$$

である。

次に, 3点 A, B, C の定める平面を α とする。平面 α 上の任意の点 P は, 実数 s, t を用いて

$$\vec{OP} = \vec{OA} + s\vec{AB} + t\vec{AC}$$

と表すことができる。これを踏まえると, \vec{PD} は s, t を用いて

$$\vec{PD} = (\boxed{\quad \text{ホ} \quad}, \boxed{\quad \text{マ} \quad}, \boxed{\quad \text{ミ} \quad})$$

と与えられる。

問2 四面体 $ABCD$ の体積を求めよ。

問3 点 E, F を $\vec{OE} = \vec{OA} + 2\vec{AB} + \vec{AC}$, $\vec{OF} = \vec{OA} + \vec{AB} - \vec{AC}$ により定める。四面体 $AEFD$ の体積を求めよ。

(計算用余白)

2022 (令和 4) 年度 個別学力検査 (一般選抜・後期日程)

国際環境工学部 ※該当学科に○をつけてください。

エネルギー循環化学科 ・ 機械システム工学科
情報システム工学科 ・ 建築デザイン学科 ・ 環境生命工学科

問題訂正

科目名：【物理・数学】

訂正内容

第1問 2ページ 上から3行目

(誤) 時刻 $t=T_1$ [s] の直後から, 図 1.3 に示すように……

↓

(正) 時刻 $t=T_1$ [s] の直後から斜面に沿った下向きの力はなくなり, 図 1.3 に示すように……