

国際環境工学部
機械システム工学科
総合問題

【注 意】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験時間は10時00分から12時00分までの120分、配点は60点です。
(配点の内訳：第1問20点・第2問10点・第3問30点)
3. この問題冊子は、表紙以外に10ページあり、解答用紙は3枚あります。
4. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
5. 解答用紙には、解答箇所以外に受験番号記入欄（各解答用紙2箇所）、氏名記入欄（各解答用紙1箇所）があるので、受験番号と氏名を正しく記入してください。正しく記入されていない場合には、採点できないことがありますので、十分注意してください。
6. 解答はすべて指定した解答用紙に記入してください。
7. 解答用紙を持ち出してはいけません。持ち出した場合、試験をすべて無効とします。
8. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

第1問 (数学)

以下の問いの空欄に入れるのに適する数式または数値を解答箇所に記せ。なお、証明や説明は必要としない。ただし、 と については解答の順序は問わない。

問1 30以下の素数をすべて足すと になる。

問2 関数 $y = x^2 + ax + b$ のグラフは x 軸と2点で交わり、2つの交点間の長さが1で、点 $(0, 0)$ を通る。このとき、定数 a の値は または である。

問3 正方形の8人席のテーブルに、各辺に2人ずつ並んで座る方法の総数は である。ただし、テーブルを上から見たときに回転して並びが同じになれば同じ座り方とみなす。

問4 関数 $y = -(\log_4 x)^2 - 4\log_4 x + 2$ は、 $x =$ で最大値 をとる。

問5 3点 $A(1, 0, -1)$, $B(2, 4, 1)$, $C(3, 1, 0)$ の定める平面 ABC 上に点 $P(-4, y, 1)$ があるとき、 y の値は である。

(計算用余白)

第2問 (数学)

曲線 C を $y=|2x^2-4x|$, 直線 l を $y=ax$ とする。ただし, a は実数の定数である。以下の問いに答えよ。問1と問2については, 空欄に入れるのに適する数値を解答箇所に記せ (証明や説明は必要としない)。問3については答えを導く過程を記すこと。

問1 直線 l が曲線 C と原点以外の異なる2点を共有するときの a の値の範囲は $\boxed{\text{サ}} < a < \boxed{\text{シ}}$ である。

問2 直線 l が関数 $y=-2x^2+4x$ の頂点 ($\boxed{\text{ス}}$, $\boxed{\text{セ}}$) を通るとき,
 $a = \boxed{\text{ソ}}$ である。

問3 区間 $0 \leq x \leq 3$ において, 曲線 C と問2で求めた直線 l で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

(計算用余白)

第3問 (物理)

問1 図1に示すように、静止摩擦係数 μ の鉛直な壁に、長さ l [m] の剛体棒 AB が、点 B に作用している力 T [N] により壁に垂直に押し当てられ静止している。 T は剛体棒と角度 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) をなす方向に作用しており、また剛体棒には点 C の位置に質量 m [kg] の物体が取り付けられている。重力加速度の大きさは g [m/s²] とし、重力の方向は y 軸下向きとする。以下の文章の空欄に入れるのに適する数式または数値を解答箇所に記入せよ。ただし、解答用紙には答えのみを記入し、答えの導出過程は記入しないこと。なお、剛体棒の質量は無視できるものとする。

- (1) 点 A において壁から剛体棒 AB に作用している垂直抗力 F_x と、静止摩擦力 F_y の大きさは $F_x =$ [N], $F_y =$ [N] である。
- (2) 点 B に作用する力が A 点まわりに与える時計回りのモーメント M_B , および点 C に作用する力が A 点まわりに与える反時計回りのモーメント M_C の大きさは $M_B =$ [N・m], $M_C =$ [N・m] である。
- (3) このとき、静止摩擦係数 μ が満たすべき条件は、 θ のみを用いて $\mu \geq$ と表される。

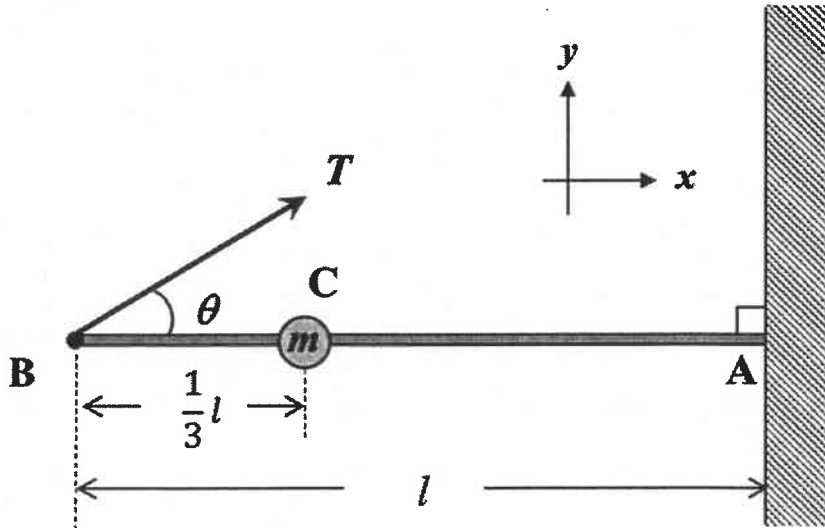


図1

(計 算 用 余 白)

問2 図2に示すように、下部に開閉可能な開口部をもった気球と質量 m [kg] のゴンドラで構成される熱気球が地面に接地している。この気球内部にはヒーターが取り付けられており、気球内部を加熱することが可能である。大気および気球内部はモル質量 M [kg/mol] の単原子分子の理想気体で満たされており、大気および気球内の気体の圧力、温度、密度はそれぞれ P_1 [Pa], T_1 [K], ρ_1 [kg/m³] であり、気球の体積は V_1 [m³] である。このとき、以下の文章の空欄に入れるのに適する数式または数値を解答箇所に記入せよ。ただし、解答用紙には答えのみを記入し、答えの導出過程は記入しないこと。なお、気球は断熱素材でできており、気球およびヒーターの質量、およびゴンドラの体積は無視できるものとする。また、モル質量とは気体 1mol あたりの質量 [kg] である。

- (1) 気球の開口部を閉じた後、ヒーターにより気球内部の温度を T_1 から T_2 に上昇させた。気球の体積 V_1 が変化しないとすると、加熱後の気球内部の圧力 P_2 は P_1, T_1, T_2 を用いて表すと $P_2 =$ [Pa] であり、ヒーターが与えた熱量 Q は P_1, T_1, T_2, V_1 を用いて表すと $Q =$ [J] である。
- (2) 気球内部の状態を最初の状態に戻し、気球の開口部を開けた後、ヒーターにより気球内部の温度を T_1 から T_3 にゆっくりと上昇させた。加熱中、気球の体積は V_1 のまま変化しないとすると、加熱後の気球内部の気体の密度 ρ_2 は T_1, T_3, ρ_1 を用いて表すと $\rho_2 =$ [kg/m³] であり、気球内部から大気中に放出された気体のモル数 Δn は M, V_1, ρ_1, ρ_2 を用いて表すと、 $\Delta n =$ [mol] である。
- (3) (2)の状態、すなわち気球内部の気体の密度が ρ_2 のとき、ゴンドラは地面からゆっくりと離れた。このとき、ゴンドラの質量 m が満たすべき条件は V_1, ρ_1, ρ_2 を用いて表すと $m <$ [kg] である。

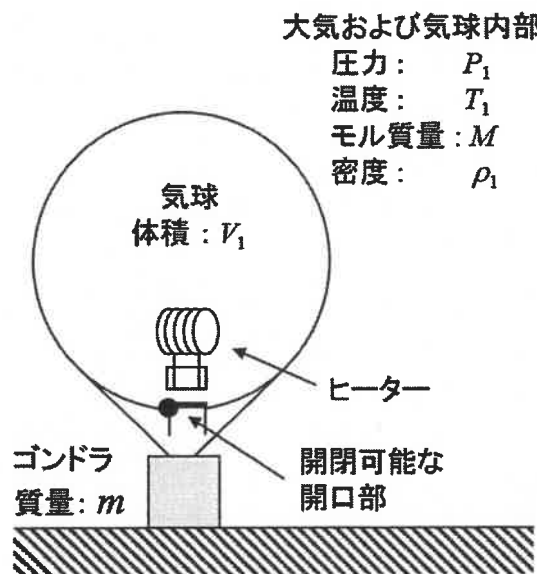


図2

(計 算 用 余 白)

問3 極板間が空気の平行板コンデンサーの電気容量 C が、 $C = 7.60 \times 10^{-12} \times (S/d)$ [F] として定義されるものとする。このとき、 S [m²] および d [m] はそれぞれ、極板面積、極板間距離である。以下の文章の空欄に入れるのに適する数値を解答箇所に記入せよ。なお、解答には有効数字3桁で答えること。解答用紙には答えのみを記入し、答えの導出過程は記入しないこと。
(答えを有効数字3桁で示すとき、 0.00×10^0 の形で表す場合には、小数点以下2桁までを表示せよ。例えば、 1.23×10^{-4} のように記入せよ。)

- (1) 極板面積 S_A が 10.0 cm^2 、極板間距離 d_A が 0.500 mm としたコンデンサーを C_A とする。このコンデンサー C_A に 200 V の直流電圧を加えると、極板に蓄えられる電気量は C となる。
- (2) (1)のコンデンサー C_A と、極板面積 S_B が 15.0 cm^2 、極板間距離 d_B が 0.300 mm としたコンデンサー C_B とを、直列に接続すると合成容量は F となる。
- (3) (2)の直列に接続したコンデンサー C_A と C_B の両端に 150 V の直流電圧を加えると、コンデンサー C_A と C_B には C の等しい電気量が蓄えられる。このとき、コンデンサー C_A の両端電圧は V、コンデンサー C_B の両端電圧は V となる。

(計 算 用 余 白)